Číselné obory:

$\mathbb{N}$ – přirozená

$\mathbb{N}_0$ – $\mathbb{N} \cup \{0\}$

$\mathbb{Z}$ – $+/- \mathbb{N}$

$\mathbb{Q} = \{ \frac{k}{n} \mid k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \}$

Mohutnost množiny

Množiny mají stejnou mohutnost, pokud mezi nimi existuje bijekce.

Spočetná množina pokud má mohutnost jako $\mathbb{N}$.

Množina reálných čísel je tvořena desetinným rozvojem $+/- \, d_0, d_1 d_2 d_3 \ldots$

kde $d_0 \in \mathbb{N}_0$ a $d_i \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$ pro $i \in \mathbb{N}$.

Iracionální čísla jsou čísla v $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Číslo $\sqrt{2}$ je iracionální.

Hustota racionálních čísel: Pro každá dvě reálná čísla $a, b: a < b$ existuje alespoň jedno racionální $q: a < q < b$

Nespočetnost reálných čísel: Množina reálných čísel je nespočetná.

Tabulka s desetinným rozvojem. Pak měním čísla na diagonálních indexech konkrétním pravidlem $(9 - x)$, takže vytvořím nové číslo, které v mé množině ještě nebylo.

Supremum Nechť M je množina s uspořádáním $\geq$ a $A \subset M$.

A **je shora omezená**, pokud existuje $m \in M$ taková, že $m \geq a \ \forall a \in A$

horní závora množiny A

$m \in M$ **je supremum mn. A**, pokud m je nejmenší horní závora A.

$m = \sup A$

$m \in M$ **je maximum mn. A**, pokud $\forall a \in A: m \geq a$

$m = \max A$

Infimum

A **je zdola omezená**, pokud existuje $m \in M$ taková, že $a \geq m \ \forall a \in A$

dolní závora množiny A

$m \in M$ **je infimum mn. A**, pokud m je největší dolní závora A.

$m \in M$ **je minimum mn. A**, pokud $\forall a \in A: a \geq m$

$m = \min A$

Úplnost $\mathbb{R}$: Každá neprázdná shora omezená podmnožina $\mathbb{R}$ má supremum.

Jedinečnost $\mathbb{R}$: Těleso reálných čísel je jediné uspořádané těleso v $\mathbb{R}$.

Absolutní hodnota: je vzdálenost reálného čísla od nuly.

Metrický prostor je dvojice (M,d), kde M je množina a $d: M \times M \to [0, \infty)$ je funkce splňující následující podmínky:

$\forall x,y \in M$:

1. $d(x,y) = 0 \iff x = y$
2. $d(x,y) = d(y,x)$
3. $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y) \quad \forall z \in M$ (trojúhelníková nerovnost)

Trojúhelníková nerovnost:

$$\forall a,b \in \mathbb{R} : |a+b| \leq |a| + |b|$$

Euklidovská metrika v $\mathbb{R}^d$

Vzdálenost mezi body $x,y \in \mathbb{R}^d$, kde $x = (x_1 \dots x_d)$, $y = (y_1 \dots y_d)$ je def. jako:

$$\|x - y\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{d} (x_i - y_i)^2}$$

Takže jako pyth.

Bernoulliova nerovnost

$$\forall x \in \mathbb{R} : x \geq -1 \text{ a } z \in \mathbb{Z} : z \geq 0 : (1+x)^n \geq 1 + nx$$

Pro $n = 0,1$ triviálně platí.

$n \to n+1$

$$(1+x)^{n+1} = (1+x) \cdot (1+x)^n \geq (1+x) \cdot (1+xn)$$

$$= 1 + (n+1)x + nx^2 \geq 1 + (n+1)x \quad \boxed{\checkmark}$$

Posloupnost s hodnotami v M je zobrazení z $\mathbb{N}$ do M.

Prakticky každý přirozený číslo je tedy zobrazeno na nějaký prvek $a_n \in M$.

n-tý prvek posloupnosti

Značíme $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, $(a_n) \subset M$ znamená, že jde o prvky z M.

- shora/zdola omezená...
- omezená => shora i zdola
- rostoucí/klesající, nerostoucí/neklesající
- monotónní => nerostoucí + neklesající