

Spočítejte limity funkcí:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x-1) - 1 \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x+1)} = \frac{(x^2-1) \cdot (x-1)}{(x^2-1) \cdot (x+1)} = \frac{x-1}{x+1} \stackrel{AL}{=} \frac{1-1}{1+1} = 0$$

výraz zde není definován

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} = 0$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x+1)}{x^2 \cdot (x+2) - 1 \cdot (x+2)} = \frac{(x^2-1) \cdot (x+1)}{(x^2-1) \cdot (x+2)} = \frac{x+1}{x+2} \stackrel{AL}{=} \frac{2}{3}$$

výraz není definován

výraz definován

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \frac{2}{3}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x-1) - 1 \cdot (x-1)}{x^2 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x+1)} = \frac{(x^2-1) \cdot (x-1)}{(x^2-1) \cdot (x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

výraz není definován

stále není definováno

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} x-1 \cdot \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1} \stackrel{AL}{=} -2 \cdot +\infty = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} x-1 \cdot \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x+1} \stackrel{AL}{=} -2 \cdot (-\infty) = +\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^3 + x^2 - x - 1} \text{ neexistuje}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} \rightarrow \frac{x^2 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x+1)}{x^2 \cdot (x+2) - 1 \cdot (x+2)} = \frac{(x^2-1) \cdot (x+1)}{(x^2-1) \cdot (x+2)} = \frac{x+1}{x+2} \stackrel{AL}{=} \frac{0}{1} = 0$$

výraz není definován

výraz definován

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = 0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} \rightarrow \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} \cdot \frac{(1+x)^{\frac{2}{3}} + 1 + (1+x)^{\frac{1}{3}}}{(1+x)^{\frac{2}{3}} + 1 + (1+x)^{\frac{1}{3}}} = \frac{x}{x \left( (1+x)^{\frac{2}{3}} + 1 + (1+x)^{\frac{1}{3}} \right)} = \frac{1}{(1+x)^{\frac{2}{3}} + 1 + (1+x)^{\frac{1}{3}}}$$

→  
memi definovano

$$AL = \frac{1}{(1+0)^{\frac{2}{3}} + 1 + (1+0)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}$$

→  
memi definovano

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{3}$$