Determinant matice $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ je dán výrazem:

$$\det(A) = \sum_{p \in S_n} \operatorname{sgn}(p) \prod_{i \in p} a_{i, p(i)}$$

Adjungovaná matice matice A pro matici $\in \mathbb{K}^{n \times n}$ je definovaná jako:

$$\operatorname{adj}(A)_{ij} = (-1)^{i+j} \det(A^{ji})$$

Laplaceova matice grafu G s vrcholy $\{v_1 - v_n\}$ je matice definovaná:

$$(L_G) \begin{cases} i = j \Rightarrow L_{G\,ii} = \deg(v_i) \\ i \neq j,\ (v_i, v_j) \in E_G \Rightarrow L_{G\,ij} = -1 \\ \text{else } L_{G\,ij} = 0 \end{cases}$$

Polynom stupně n proměnné x nad tělesem $\mathbb{K}$ je výraz:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots a_1 x + a_0 \quad , \text{ kde } a_n \neq 0 \text{ a } \{a_n - a_0\} \in \mathbb{K}.$$

Kořen polynomu $p(x)$ je $r \in \mathbb{K}$ takové, že $p()=0$

Násobnost kořene $r \in \mathbb{K}$ je největší $k \in \mathbb{N}$ takové, že $(x-r)^k = p$

Těleso je algebraicky uzavřené, pokud $\forall p \in \mathbb{K}(x)$ má vlastní kořen

Vandermondova matice je matice soustavy $Ax = b$, kde x je hledaný polynom, resp. koeficienty v jednotlivých $\{x_0 - x_n\}$ a b je vektor hodnot, kde $A = \begin{pmatrix} x_0^0 & x_0^1 & \dots & x_0^n \\ \vdots & & & \\ x_n^0 & x_n^1 & \dots & x_n^n \end{pmatrix}$

Vlastní číslo pro vekt. prostor V nad $\mathbb{K}$ a zobrazení $f: V \to V$ je jakékoli $\lambda \in \mathbb{K}$, pro které existuje $u \in V \setminus 0$ t.ž. $f(u) = \lambda u$.

Vlastní vektor odpovídající vlastnímu číslu λ je libovolný vektor $u \in V$ t.ž. $f(u) = \lambda u$

Máme-li matici $A = [f]_{nn}$, je vlastní číslo matice zobrazení takové λ, pro které platí, že libovolný vektor $u \in \text{span}(\text{báze matice})$ platí: $Au = \lambda u$.

Vlastní vektor matice A lin. zobrazení je libovolný vektor $u \in \text{span}(\text{báze matice})$ t.ž. $Au = \lambda u$.

Charakteristický polynom matice $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ je $P_A(t) = \det(A - tI_n)$.

Algebraická násobnost vlastního čísla λ je taková $k \in \mathbb{N}$, že výraz $(\lambda - t)^k$ dělí $P_A(t)$.

Geometrická násobnost vlastního čísla λ je dimenze prostoru jeho vlastních vektorů.

Matice A, B jsou si podobné, existuje-li reg. R t.ž. $A = R^{-1}BR$.

Diagonalizovatelná matice A je taková matice, která je podobná matici D, což je matice obsahující vlastní čísla na diagonále a jinde nuly.

Jordanův blok je matice J ve tvaru:

$$\begin{pmatrix} \lambda & 1 & & 0 \\ & \lambda & 1 & \\ & & \ddots & 1 \\ 0 & & & \lambda \end{pmatrix}$$

Jordanův normální tvar matice je matice skládající se z Jordanových bloků na diagonále.

- platí, že každá čtvercová komplexní matice A je podobná J v Jordanově normální formě.

Zobecněný vlastní vektor x matice A k vlastnímu číslu λ je lib. vektor x splňující $(A - \lambda I)^k x = 0$ pro $k \in \mathbb{N}$.

Hermitovská matice je taková matice A, pro kterou platí: $A = A^H$.

Unitární matice je taková matice A, pro kterou platí: $A^{-1} = A^H$.

Skalární součin vektorového prostoru V nad $\mathbb{C}^n$ je definovaný:

$\forall u, v \in V: \langle u | v \rangle = \sum_{i=1}^{n} u_i \overline{v_i}$

Norma vektoru u vzhledem ke sk. součinu je zobrazení $\|\circ\| : V \to \mathbb{R}$ def. $\|u\| = \sqrt{\langle u | u \rangle}$

Vektory u, v jsou na sebe kolmé, pokud $\langle u|v \rangle = 0$, vzhledem ke sk. součinu.

Ortonormální báze je báze $B = \{x_1 \dots x_n\}$ t.ž. $\forall_{i,j}\ i \neq j : v_i \perp v_j$ a $\forall_i\ v_i \in B : \|v_i\| = 1$

Fourierovy koeficienty jsou koeficienty lineární kombinace vektoru s vektory ortonormální báze.

Nechť W je prostor se sk. součinem, V jeho podprostor s ortonormální bází $Z = \{v_1 \dots v_n\}$.
Zobrazení $P_Z : W \to V$ definované jako $P_Z(u) = \sum_{i=1}^{n} \langle u|v_i \rangle v_i$ je kolmou projekcí W na V.

Izometrie je zobrazení mezi V a W, pokud zachovává sk. součin: $\langle u|v \rangle = \langle f(u) | f(v) \rangle$

Ortogonální doplněk podmnožiny V prostoru se sk. součinem W je $V^{\perp} = \{u \in W : \forall v \in V : u \perp v\}$

Gramova matice A prostoru V s bází $X = \{v_1 \dots v_n\}$ je definovaná:

$$a_{ij} = \langle v_i | v_j \rangle \ : \ \forall u, w \in V : \langle u | v \rangle = [w]_X^H A [x]_X$$

Pozitivně definitní matice A je každá hermitovská matice, pro kterou platí $\forall x \in \mathbb{C}^n : x^H A x > 0$

Pro každou pozitivně definitní matici A existuje unikátní matice s kladnou diagonálou U, t.ž. $A = U^H U$

Bilineární forma je lin. zobr. splňující:

Pro vekt. prostor V nad $\mathbb{K}$, zobrazení $f : V \times V \to \mathbb{K}$:

$\to \forall u, v \in V, \forall a \in \mathbb{K} : f(au, v) = f(u, av) = af(u, v)$

$\to \forall u, v, w \in V : f(u+v, w) = f(u, w) + f(v, w)$

$\to \forall u, v, w \in V : f(u, v+w) = f(u, v) + f(u, w)$

Kvadratická forma $g : V \to \mathbb{K}$ je bilineární forma $f(u,u) : \forall u \in V$, pokud taková existuje.
Pro V vekt. prostor nad $\mathbb{K}$ a B jeho bázi $\{v_1 \dots v_n\}$ je matice A bilineární formy def. jako:

$$b_{ij} = f(v_i, v_j)$$

Analytické vyjádření formy f nad $\mathbb{K}^n$ s maticí B je homogenní polynom

$$f\left((x_1 - x_n)^T, (y_1 - y_n)^T\right) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} b_{ij}\, x_i y_j$$

Signatura p kvadratické formy je počet kladných, záporných a nulových členů diagonály matice formy polární báze.