

Jméno a příjmení: *Mikoláš Fromm, McLoaAus*

Potřebný čas: 30

1. Určete Choleského rozklad následující reálné matice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 & 3 & 0 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 6 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 11 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

$$A = U^H U$$

					$U$	3	2	1	1	0	
					0	1	-1	0	1		
					0	0	2	1	1		
					0	0	0	3	-1		
					0	0	0	0	1		
$U^H$	$A$						9	6	3	3	0
3	0	0	0	0		6	5	1	2	1	
2	1	0	0	0		3	1	6	3	1	
1	-1	2	0	0		3	2	3	11	-2	
1	0	1	3	0		0	1	1	-2	4	
0	1	1	-1	1							

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

*L -> Počítáno podle vzpisovacího pravidla z předchozího.*

2. S využitím rozkladu matice  $A$  z první úlohy vyřešte soustavu  $Ax = (48, 35, 13, 40, -4)^T$ .

$$Ax = U^H Ux = b$$

$$Ax = U^H y = b, \text{ kde } y = Ux$$

$$b = (48, 35, 13, 40, -4)^T$$

$$U = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^H = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Nejdříve najdeme řešení  $y$  soustavy  $U^H y = b$

2) Pomocí toho najdeme řešení  $Ux = y$

$$U^H y = b$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 48 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 35 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 13 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 0 & 40 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & -4 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow$$

Řešení soustavy  $U^H y = b$  je:

$$y = (16, 3, 0, 8, 1)^T$$

$$Ux = y$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 & 0 & 16 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 13 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow$$

Řešení soustavy  $Ux = y$  je:

$$x = (5, 0, -2, 3, 1)^T$$

Řešení soustavy  $Ax = (48, 35, 13, 40, -4)^T$  je:

$$x = (5, 0, -2, 3, 1)^T$$